

PROGRAMME : LES STRUCTURES SYMPLECTIQUES DÉCALÉES EN GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUE DÉRIVÉE - D'APRÈS PANTEV, TOËN, VAQUIÉ ET VEZZOSI

GEOFFREY POWELL

On organise un groupe de travail au LAREMA sur les structures symplectiques décalées (éventuellement structures de Poisson décalées) en géométrie algébrique dérivée, d'après Pantev, Toën, Vaquié et Vezzosi [PTVV13] (et [CPT⁺15] pour les structures de Poisson décalées).

Dans un premier temps, on se concentra sur les structures symplectiques décalées, en suivant [PTVV13]. Pour se faire une idée du sujet, les deux premières sections de l'article survol de Damien Calaque [Cal14] pourraient être utiles.

Pour mener à bien ce groupe de travail, il faut commencer par quelques éléments de la théorie de la géométrie algébrique dérivée - la référence principale suit l'approche de Toën et Vezzosi [TV05], [TV08]..., mais l'approche de Lurie [Lur09]... est également d'intérêt.

Programme squelettique :

- (1) Quelques éléments de géométrie algébrique dérivée (objectif : expliquer le contexte de [PTVV13] - on va comprendre ces notions à travers les exemples).
 - (a) La théorie homotopique des algèbres différentielles graduées commutatives (pour introduire les objets *affines*).
 - (b) Les champs dérivés et les champs géométriques.
- (2) Le complexe cotangent (notamment le cas affine, le préchamp associé + indications sur le 'champ').
- (3) Exemples : Cas affine ; BG ; [X/G]...
- (4) L'algèbre DR (de Rham mixte) ; les formes et les formes fermées (en suivant la présentation de [CPT⁺15, 1.1-1.3]) ; différentielle de de Rham.
- (5) Définition d'une structure symplectique décalée [PTVV13].
- (6) Exemples.

Il sera essentiel de rendre ces notions aussi explicites que possible à travers des exemples. (Cf. également les travaux de Joyce et al.)

Remarque 0.1. En fonction de l'intérêt (voire des besoins) des participants, on pourrait développer davantage la théorie de la géométrie algébrique dérivée.

RÉFÉRENCES

- [Cal14] Damien Calaque, *Three lectures on derived symplectic geometry and topological field theories*, Indag. Math. (N.S.) **25** (2014), no. 5, 926–947. MR 3264781
- [CPT⁺15] D. Calaque, T. Pantev, B. Toën, M. Vaquié, and G. Vezzosi, *Shifted Poisson Structures and Deformation Quantization*, ArXiv e-prints (2015).
- [Lur09] Jacob Lurie, *Higher topos theory*, Annals of Mathematics Studies, vol. 170, Princeton University Press, Princeton, NJ, 2009. MR 2522659 (2010j :18001)

- [PTVV13] Tony Pantev, Bertrand Toën, Michel Vaquié, and Gabriele Vezzosi, *Shifted symplectic structures*, Publ. Math. Inst. Hautes Études Sci. **117** (2013), 271–328. MR 3090262
- [TV05] Bertrand Toën and Gabriele Vezzosi, *Homotopical algebraic geometry. I. Topos theory*, Adv. Math. **193** (2005), no. 2, 257–372. MR 2137288 (2007b :14038)
- [TV08] ———, *Homotopical algebraic geometry. II. Geometric stacks and applications*, Mem. Amer. Math. Soc. **193** (2008), no. 902, x+224. MR 2394633 (2009h :14004)