

Corrige Contrôle Continue Proba-Stat 2010

Comme P est une probabilité sur Ω

$$\alpha) \quad P : \mathcal{P}(\Omega) \longrightarrow \mathbb{R}^+ \\ A \longmapsto P(A)$$

est une application de l'ensemble des parties de Ω vers les réels positifs tel que

i) $P(\Omega) = 1$ Probabilité de l'événement certain est égale à 1

ii) Condition d'additivité dénombrable :

Soit $A_0, A_1, \dots, A_n, \dots$ une suite de parties de Ω
alors la suite $\sum P(A_n), n \geq 0$ de terme général $P(A_n)$

converge et a pour somme $\sum_{n \in \mathbb{N}} P(A_n)$

en résumé

$$P\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n\right) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$$

Exercice I

Inégalité de Bernaysmi - Chebyshev

$$P(|X - E(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{\text{Var } X}{\varepsilon^2}$$

Soit X = note de l'étudiant. On a donc

$$P(|X - 10| \geq 6) \leq \frac{9}{6^2} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$\parallel \\ P(X \leq 4 \text{ ou } X \geq 16)$$

Exercice II Bac Amérique du Nord 2000

(1) $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 8!$

(2) tous les enchaînements sont équiprobables $\frac{1}{8!}$

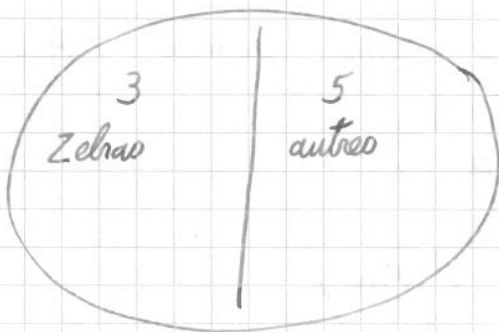
(3) $P(A) = \frac{1}{8}$

(4) $P(B) = \frac{1}{8}$ $P(A \cap B) = \frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \neq P(A) \times P(B)$

donc A et B ne sont pas indépendantes

(5) a) $X = 0, 1, 2$ ou 3 morceaux de Zebra

b) $P(X=2) = \frac{\binom{3}{2} \binom{5}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{3 \times 5}{\frac{8 \times 7 \times 6}{3!}} = \frac{15}{56}$



tirage sans remise
de 3 morceaux parmi 8

c) loi hypergéométrique

$$P(X=k) = \frac{\binom{3}{k} \binom{5}{3-k}}{\binom{8}{3}}$$

$$P(X=0) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{\frac{5 \times 4 \times 3}{3!}}{\frac{8 \times 7 \times 6}{3!}} = \frac{5 \times \cancel{4} \times \cancel{3}}{2 \times 2 \times \cancel{4} \times \cancel{7} \times \cancel{3}} = \frac{5}{28}$$

$$P(X=1) = \frac{\binom{3}{1} \binom{5}{2}}{\binom{8}{3}} = \frac{3 \times \frac{5 \times 4}{2}}{\frac{8 \times 7 \times 6}{3!}} = \frac{15}{28} \quad P(X=3) = \frac{1}{\binom{8}{3}} = \frac{1}{56}$$