

Examen 1ère session : Mardi 25/05/10, 9h-11h.

Les calculatrices sont autorisées. Aucun document autre que ceux fournis avec le sujet n'est autorisé.

Exercice 1 ($0,5 + 0,5 + 2 + 1 + 1 + 2 + 4 = 11$ Points) : On cherche à modéliser la répartition spatiale d'une espèce particulière d'arbuste (*arbustus unedo*) sur une parcelle de 2000 m^2 . On découpe la parcelle en 2000 carrés unitaires d'un mètre sur un mètre et on fait les hypothèses suivantes

- Dans chaque carré unitaire d'un mètre carré, soit il n'y a pas d'arbuste, soit il y a un seul arbuste (*arbustus unedo*).
- La probabilité qu'il y ait un arbuste dans un carré unitaire est de 0,85.
- Le fait qu'il y ait ou qu'il n'y ait pas d'arbuste dans un carré unitaire n'influence pas la présence ou l'absence d'arbustes dans les carrés voisins.

- (1) Donner la probabilité de n'avoir aucun arbuste sur la parcelle de 2000 m^2 .
- (2) Donner la probabilité d'avoir un seul arbuste sur la parcelle de 2000 m^2 .
- (3) Donner la probabilité d'avoir k arbustes sur la parcelle de 2000 m^2 pour $0 \leq k \leq 2000$.
- (4) Donner le nombre moyen d'arbustes sur la parcelle de 2000 m^2 .
- (5) Donner l'écart-type du nombre d'arbustes sur la parcelle.
- (6) En utilisant l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, peut-on obtenir une minoration utile de la probabilité d'avoir entre 1684 et 1716 arbustes (1684 et 1716 inclus) ?
- (7) En utilisant les lois de probabilités approximantes, calculer numériquement cette probabilité d'avoir entre 1684 et 1716 arbustes (1684 et 1716 inclus).

Exercice 2 ($1+2+3+1+2 = 9$ Points) : Le service de recouvrement des créances de l'entreprise LAMBDA a reçu, durant la journée du 3 Juin 2003, les $n = 900$ chèques libellés en dollars suivants. Soit X le montant en dollar d'un chèque.

Classes	Centre de classe	effectifs n_i
$500 < X \leq 1500$	1000	31
$1500 < X \leq 2500$	2000	46
$2500 < X \leq 3500$	3000	86
$3500 < X \leq 4500$	4000	151
$4500 < X \leq 5500$	5000	197
$5500 < X \leq 6500$	6000	167
$6500 < X \leq 7500$	7000	107
$7500 < X \leq 8500$	8000	65
$8500 < X \leq 9500$	9000	32
$9500 < X \leq 10500$	10000	18

- a) Estimer le montant moyen des chèques.
- b) Donner un estimateur sans biais de l'écart-type du montant X en dollars d'un chèque.

c) Soit Y une variable aléatoire continue suivant une loi normale $\mathcal{N}(5232, 1973)$ de moyenne 5232 et écart-type 1973. Calculer $p_1 := P(Y \leq 1500)$, $p_2 := P(1500 < Y \leq 2500)$, $p_3 := P(2500 < Y \leq 3500)$, $p_4 := P(3500 < Y \leq 4500)$, $p_5 := P(4500 < Y \leq 5500)$, $p_6 := P(5500 < Y \leq 6500)$, $p_7 := P(6500 < Y \leq 7500)$, $p_8 := P(7500 < Y \leq 8500)$, $p_9 := P(8500 < Y \leq 9500)$ et $p_{10} := P(Y > 9500)$.

d) Calculer

$$\chi_C^2 := \sum_{i=1}^{10} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}.$$

e) Peut-on admettre, avec un risque de 5%, que X suit une loi normale ?

Documents fournis avec le sujet :

- les deux tables de la loi normale centrée réduite,
- les tables de la loi de Student et de la loi du χ^2 .