

Analyse élémentaire — 2025-2026

DEUXIÈME CHANCE
5 MARS 2026 — 14 :00-16 :00

Aucun document ou appareil électronique (calculatrice, téléphone, ...) n'est autorisé.

Exercice 1. Calculer les limites suivantes.

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{4x^3 + x - 1} & \text{(ii)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3 \sin x}{x^2 + x + 1} \\ \text{(iii)} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\tan^2 x - 3}{x - \frac{\pi}{3}} & \text{(iv)} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x + 3}{x^2 + x - 3} \end{array}$$

Exercice 2. On considère la fonction définie par l'expression $f(x) = \frac{x^2-1}{\sqrt{x+1}}$.

- 1) Déterminer $D_f \subset \mathbb{R}$, son domaine maximal de définition.
- 2) Calculer la fonction dérivée f' .
- 3) Étudier la fonction dérivée et montrer qu'elle est une bijection de D_f sur $\mathbb{R}$.
- 4) Utiliser la fonction dérivée pour dresser le tableau des variations de f .
- 5) Esquisser la représentation graphique de f en précisant, s'ils existent,
 - les points d'intersection du graphe avec l'axe des abscisses
 - le point en lequel la droite tangente est horizontale
 - les asymptotes.

Exercice 3. Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ? Justifier soigneusement vos réponses (en invoquant un résultat du cours, avec un argument ou un contre exemple).

- 1) Si $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction polynomiale et 1 et 4 sont deux de ses racines, alors il existe $a < b \in]1, 4[$ tels que $\varphi'(a) = \varphi'(b) = 0$.
- 2) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x^3) dx = 0$ car la fonction à intégrer est impaire.
- 3) Si $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction dérivable telle que $f(1) < 0$ et $f(3) > 0$, alors il existe $c \in]1, 3[$ tel que $f'(c) > 0$.

Exercice 4. Calculer les intégrales suivantes :

- 1) $\int_0^2 |x^2 - 3x + 2| dx$
- 2) $\int_0^1 \arctan(x) dx$
- 3) $\int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln x)^2}$
- 4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(3x) \cos x dx$

Barème indicatif : 5 — 6 — 3 — 6