Université d'Angers
Département de Mathématique

Fondements mathématiques — Contrôle continu

4 novembre 2008 — 10:15-12:15

Exercice 1.
1) Écrire en utilisant les quantificateurs $\exists$ (il existe) et $\forall$ (pour tout, ou quelque soit) l'affirmation suivante : *La fonction* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *admet la limite* $l \in \mathbb{R}$ *en* $a \in \mathbb{R}$.
2) Même question pour : *La fonction* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *n'est pas continue en* $a \in \mathbb{R}$.

Exercice 2.
1) Résoudre l'inégalité $|x^2 - 2x| > x$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2) Résoudre l'inégalité $\sin 2x \geq \dfrac{1}{2}$ quand x varie dans $[0, \pi[$.

Exercice 3. Calculer les limites suivantes :

$$1)\ \lim_{x\to 0} \frac{2x^2 - x}{2x} \qquad 2)\ \lim_{x\to 3} \frac{x^3 - 8x - 3}{x^2 - 4x + 3}$$

$$3)\ \lim_{x\to 0} \frac{(1-2x)\sin x}{\tan 2x} \qquad 4)\ \lim_{x\to +\infty} (x - \sqrt{x^2+4}).$$

Exercice 4. Soit f une fonction définie par l'expression

$$f(x) = \frac{x^2 - \arctan(x+1)}{x} - \ln x.$$

Déterminer le domaine de définition de f et étudier les asymptotes de f.

Exercice 5. Soit $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = x^2 + 2mx + 1$ si $x \geq 1$, où m est un paramètre réel, et par $f(x) = 2x - 3$ si $x < 1$.
1) Esquisser les graphiques de f pour $m = -1$, $m = 1$ et $m = -2$ sur le même système de coordonnées.
2) Déterminer les valeurs du paramètre m pour lesquelles f est surjective.

Barème indicatif : 4 — 4 — 4 — 4 — 4