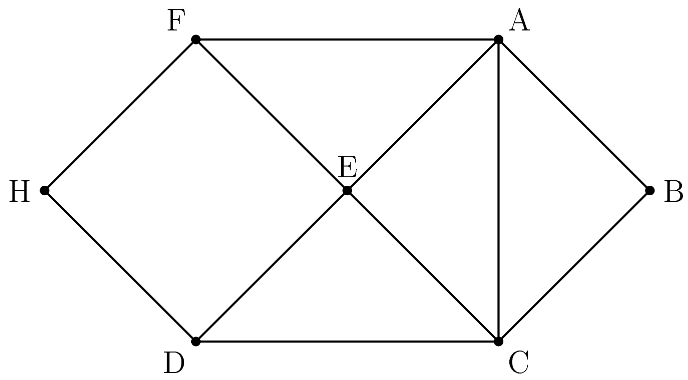
Université d'Angers — **2014-15**
L3 MFE — **Applications des graphes**

Examen : Lundi 18/05/15, 15h30-16h30.

Exercice 1. On a schématisé ci-dessous le plan d'une MJC (Maison de la Jeunesse et de la Culture) par un graphe dont les sommets sont les salles et les arêtes sont les passages (portes, couloirs ou escaliers) entre les salles. On appelle H le hall d'entrée et B le bureau du directeur.

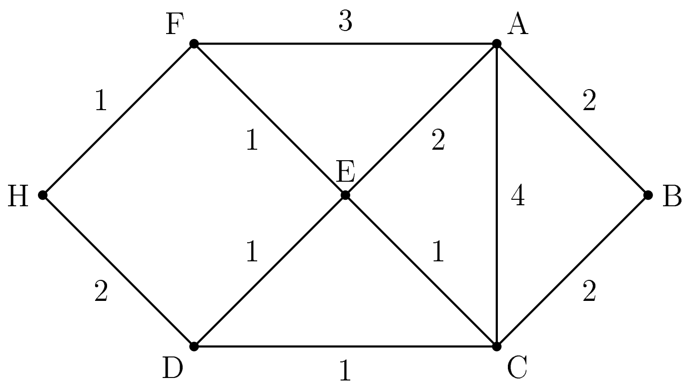


En fin de journée, un agent de service fait le tour de la MJC pour récupérer dans chaque salle (bureau du directeur et hall inclus) les objets oubliés par les enfants.

1. Préciser si ce graphe est connexe en justifiant la réponse.
2. Déterminer, en justifiant, si l'agent de service peut passer par toutes les salles en utilisant une fois et une seule chaque passage.
3. On range les sommets par ordre alphabétique.
   Donner la matrice d'adjacence M associée au graphe.
4. On donne :

$$M^4 = \begin{pmatrix} 31 & 15 & 26 & 21 & 27 & 18 & 12 \\ 15 & 12 & 15 & 12 & 18 & 12 & 6 \\ 26 & 15 & 31 & 18 & 27 & 21 & 12 \\ 21 & 12 & 18 & 20 & 17 & 18 & 5 \\ 27 & 18 & 27 & 17 & 34 & 17 & 16 \\ 18 & 12 & 21 & 18 & 17 & 20 & 5 \\ 12 & 6 & 12 & 5 & 16 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

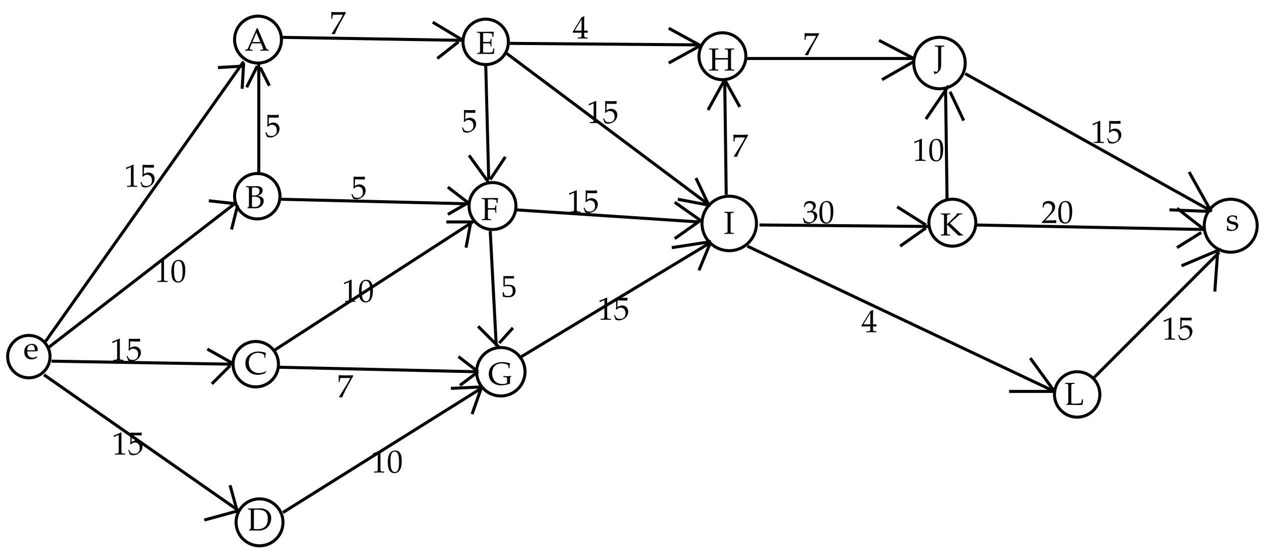
   En déduire le nombre de chemins de longueur 4 entre les sommets B et H.
5. On a indiqué sur le graphe ci-dessous le temps en minute mis pour passer entre les différentes salles en ouvrant et fermant les portes à clé.



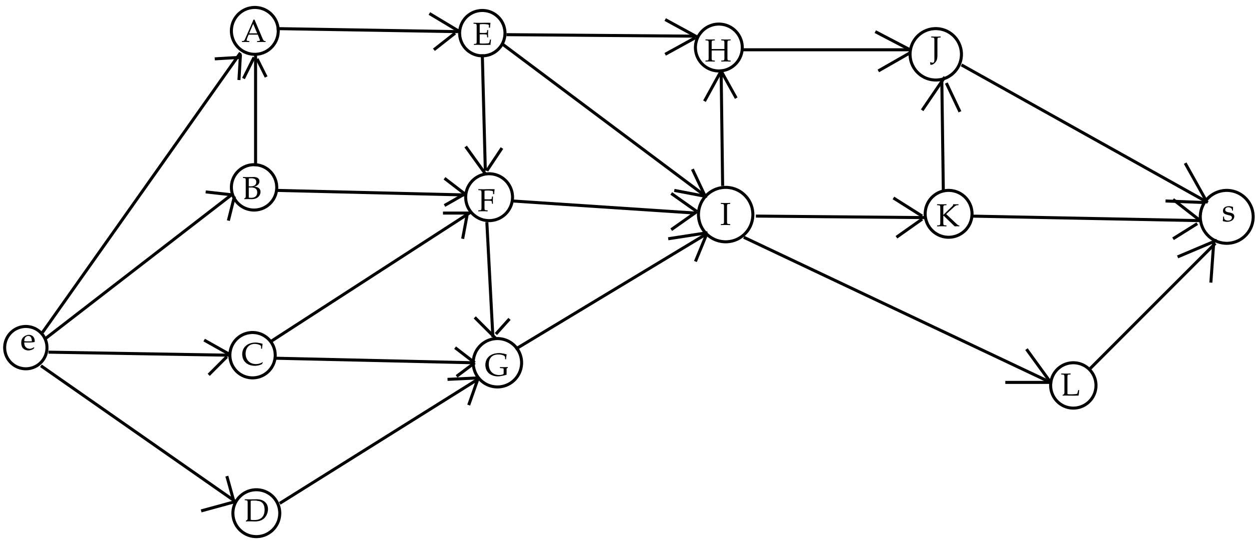
A l'aide de l'algorithme de Dijkstra, déterminer le temps minimal en minute pour aller de B à H.

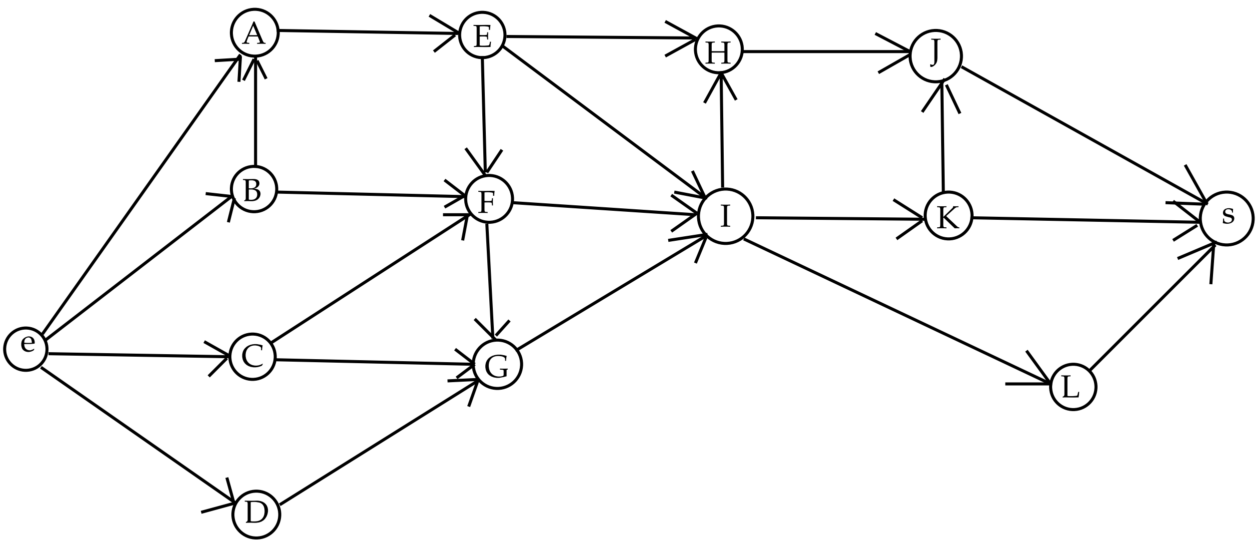
Exercice 2. On pourra appliquer l'algorithme de Ford-Fulkerson. On rappelle qu'une chaîne améliorante est une chaîne élémentaire telle qu'aucun arc direct est saturée et telle qu'aucun arc indirect est antisaturée.

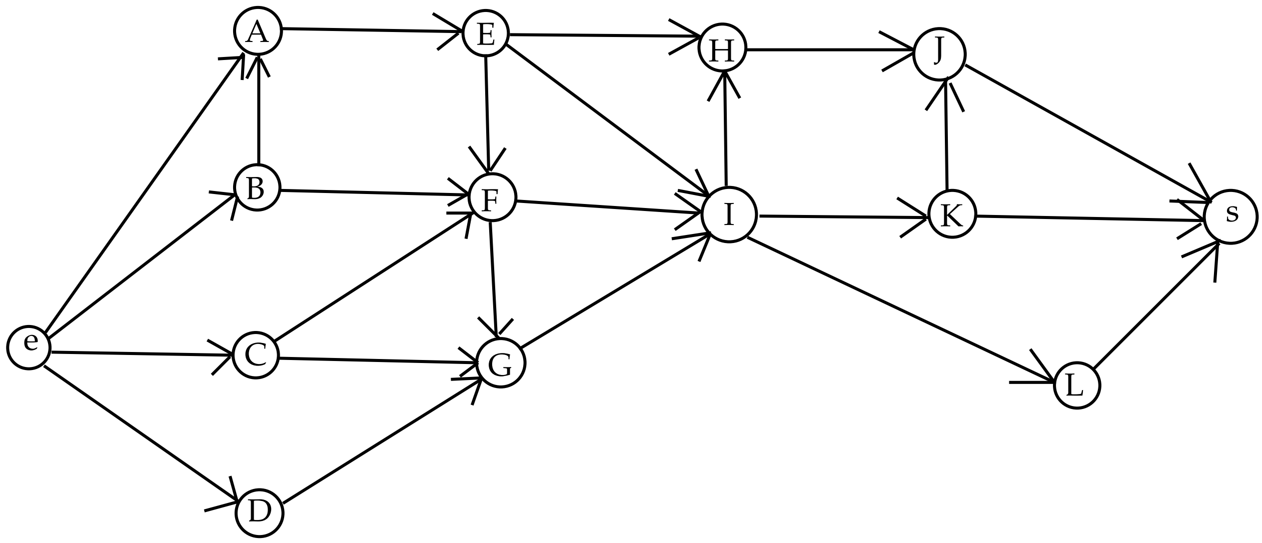
Faire circuler un flot maximal dans le réseau ci-dessous, dont les chiffres indiquent la capacité maximale de chaque arc. Donner la valeur du flot maximal.

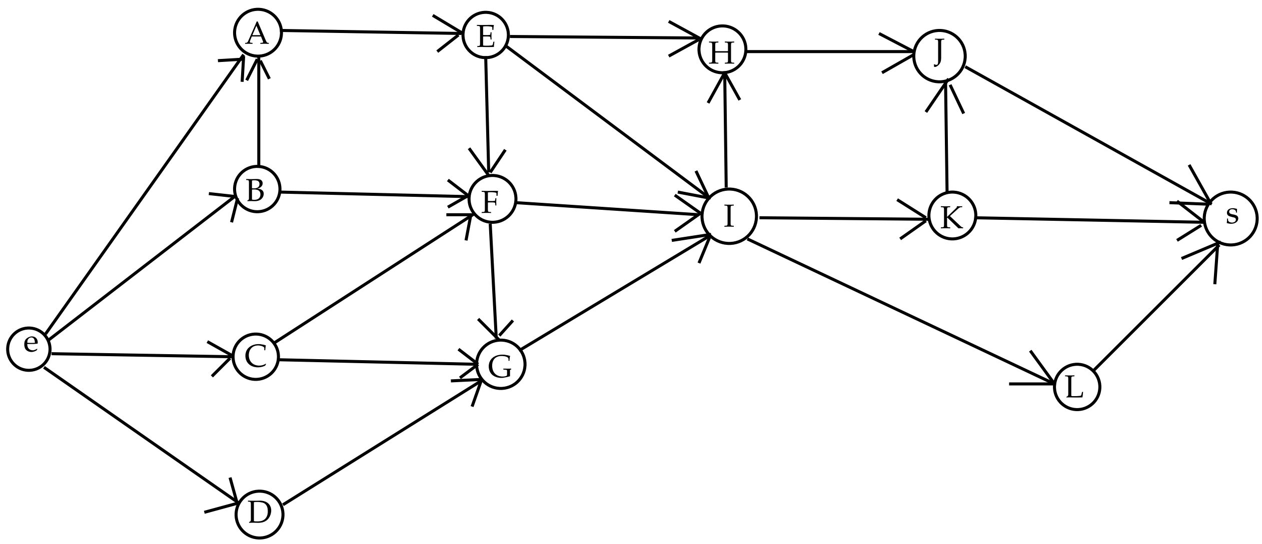


Indication : On pourra rendre la feuille suivante après avoir annoter les flux sur chaque arc.


A
E
H
J
B
F
I
K
s
e
C
G
L
D


A
E
H
J
B
F
I
K
s
e
C
G
L
D


A
E
H
J
B
F
I
K
s
e
C
G
L
D


A
E
H
J
B
F
I
K
s
e
C
G
L
D