

Il s'agit d'introduire les étudiants à la théorie des classes caractéristiques : classes de Stiefel-Whitney, classes de Pontryagin, classes de Chern. On introduira les fibrés vectoriels, puis on étudiera la structure combinatoire et topologique des Grassmanniennes, enfin on donnera une construction topologique des classes caractéristiques. On utilisera ces classes pour résoudre quelques problèmes de géométrie : étude des champs de vecteurs, obstructions au plongement dans un espace Euclidien, bordisme.

Plan du cours

1. Variétés et fibrés vectoriels

Fibrés tangents, cotangents, normaux, opérations élémentaires sur les fibrés. Orientation des fibrés. Structure presque complexe.

2. Classification des fibrés vectoriels

Grassmanniennes et fibrés universels, leur structure cellulaire, leur cohomologie.

3. Classes caractéristiques

Description axiomatique. Construction des classes. Fibrés orientés, classe d'Euler, isomorphisme de Thom, classe diagonale.

4. Bordismes et classes caractéristiques

Anneaux de cobordismes, espaces de Thom, transversalité.

Références

"Characteristic classes" J. Milnor. — *Stasheff*