

## TD : Relations fonctionnelles

### Exercice 1 Les fonctions nous entourent!

A chaque situation proposez une fonction la décrivant en explicitant  $x$  et  $f(x)$  ou  $f(x,y)$ :

- a. La diagonale du carré en fonction du côté.
- b. La hauteur d'un triangle équilatéral en fonction du côté.
- c. Le côté adjacent d'un angle dans un triangle rectangle en fonction de cet angle et de l'hypoténuse.
- d. L'aire d'un disque en fonction du rayon.
- e. Le prix TTC en fonction du prix HT (TVA de 19,5%).
- f. La location d'un véhicule sachant que:
  - Entre 0 et 4h, on paie un forfait de 5 euros plus 3 euros par heure
  - Entre 4 et 8h, on paie un forfait de 9 euros plus 2 euros par heure
  - Plus de 8h, on paie un forfait de 17 euros plus 1 euro par heure.
- g. On observe à 3 temps distincts 0, 1, et 2 un phénomène pour lequel on obtient les mesures 2; 6; et 12. Modéliser ce phénomène à l'aide d'un polynôme du second degré.
- h. On applique  $n$  augmentations successives de 5%.
- i. Le huitième du quadruple.
- j. La note du contrôle continu est sur 100 et compte pour . Le partiel est sur 25. Déterminer la note du semestre sur 20.
- k. On augmente les côtés d'un cube de 10%, quel est alors le volume final?
- l. La longueur de l'arc de cercle en fonction du secteur angulaire.

### Exercice 2 Une situation : Une fonction

Une échelle AB, A étant fixé à l'axe (O) et B à l'axe (O) passe d'une position verticale à horizontale. On considère un point M de cette échelle. On donne  $AB=4$  et  $AM=1$ . Les coordonnées de A et B sont toujours positives.

- 1/ Décrire la position du point M à l'aide d'une fonction.
- 2/ Etudier cette fonction. Tracer sa courbe.

### Exercice 3 Une situation : Une fonction

Le chiffre d'affaire annuel d'une entreprise est donné dans le tableau suivant:

Rang de l'année	1	2	3	4	5
CA en millions d'euros	20	24	36	56	84

- 1/ Tracer ce tableau.
- 2/ Déterminer une fonction polynôme de degré 2 décrivant le CA en fonction du rang de l'année.
- 3/ Etudier cette fonction.

### Exercice 4 Une situation : une fonction

Contre une façade rectangulaire ABCD, on désire placer une gouttière en Y pour évacuer les eaux provenant des points D et C du toit. Les deux écoulements se rejoignent en un point M situé sur la médiatrice de [AB]. Trouver la position de M pour que la longueur de gouttière soit minimale. On pourra poser  $AB=2d$  et  $AD=h$ .

**Exercice 5 Une situation : Une fonction**

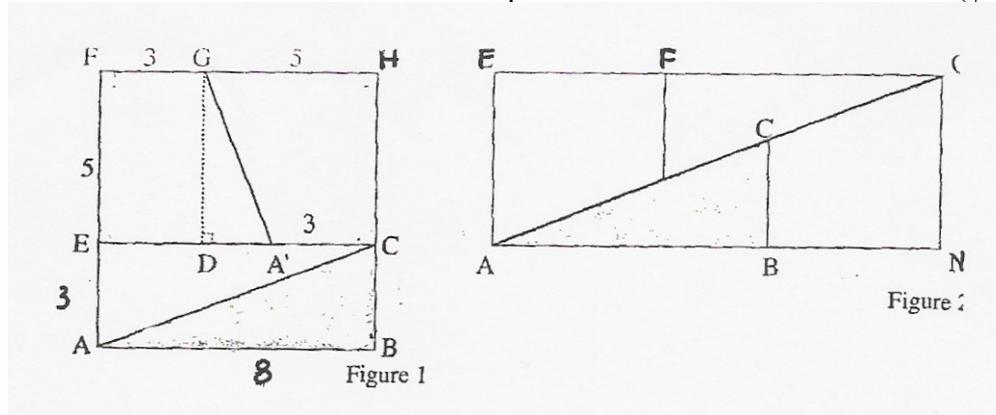
A l'aide d'un puzzle, on a reconstruit les deux figures ci-dessous.

1/ Trouver AN et NQ. Chercher l'erreur et l'expliquer.

2/ On pose maintenant  $GH=HC=EA'=x$ . On cherche  $x$  tel que les deux figures soient possibles.

a. Trouver une équation pour  $x$ .

b. L'écrire sous forme canonique et la résoudre. La solution est  $8(\phi-1)$ ,  $\phi$  étant le nombre d'or.

**Exercice 6 Une situation : une fonction**

1. Une population augmente de 15% sur un intervalle de temps 1.

a. Si la population au temps  $t=0$  est  $u_0$ , quel est la population au temps  $t=n$ ?

b. Proposer un modèle continu décrivant cette situation.

c. Etudier la fonction obtenue en b.

d. Pour quelle valeur  $t$  la population est-elle multipliée par 2?

2. Un capital est placé au taux annuel de 10 % à intérêts composés. Au bout de combien de temps le capital aura-t-il doublé ? Triplé ?

**Programmation linéaire****Exercice 7 Programmation linéaire**

Un agriculteur peut utiliser 2 type d'engrais X et Y pour épandre sur ses cultures. Les besoins par an et par hectare de 60 kg de potasse, 120 kg de calcium et 90 kg de nitrates.

Pour une même quantité, les 2 types d'engrais coûtent 2 euros. Leur composition pour 10 kg est de :

produit X : 1 kg de potasse, 3 kg de calcium, 3 kg de nitrates et 3 kg de produit neutre

produit Y : 2 kg de potasse, 2 kg de calcium, 1 kg de nitrates et 5 kg de produit neutre

Le problème posé est de fertiliser les cultures à moindre coût ?

1/ Mettre les contraintes sous forme d'inégalités.

2/ Représenter graphiquement l'ensemble des solutions possibles.

**3/ Optimisation**

a. Déterminer le coût pour un couple  $(x,y)$ .

b. En déduire une relation entre  $x$  et  $y$  pour un coût  $C=200$  euros.

c. En déduire le couple  $(x,y)$  permettant le coût le plus faible.

**Exercice 8 Programmation linéaire**

Une usine produit deux modèles de machines, l'une que l'on appellera modèle A exige 2 kg de matière première et de 30 heures de fabrication et donne un bénéfice de 7 €. L'autre que l'on appellera B exige 4 kg de matière première et de 15 heures de fabrication et donne un bénéfice de 6 €. On dispose de 200 kg de matière première et de 1200 h de travail. Quelle production doit on avoir pour obtenir un bénéfice maximal ?

**Exercice 9 Interpolation linéaire**

Le nombre de chômeurs en France est passé de 2 673 milliers en septembre 2005 à 2 395 milliers en septembre 2006.

1. En supposant que cette diminution a été régulière, déterminer le nombre de chômeurs en juin 2006, c'est-à-dire 9 mois après la première date.
2. On prévoit que cette évolution va se poursuivre pendant les trois mois suivants. Calculer le nombre de chômeurs en janvier 2007

**Exercice 10 Interpolation linéaire**

On a mesuré au cours du mois d'août 2006 la taille d'un stolon (longue tige qui s'enracine) de *Caulerpa* (algue verte originaire des mers tropicales) qui a grandi de façon régulière. Le 1er août, sa taille était de 85cm et au 31

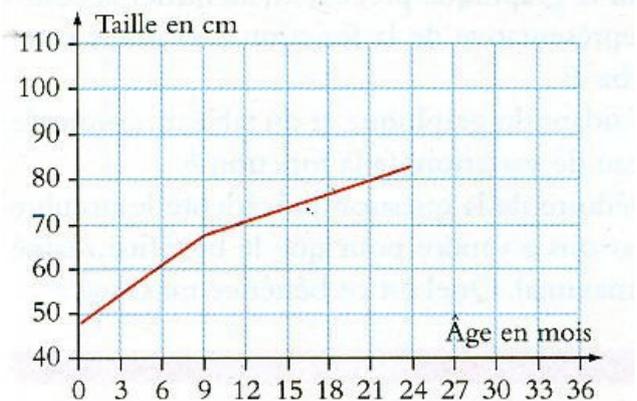
août, sa taille était de 137cm.

1. Par interpolation linéaire, estimer la taille, au centimètre près, de ce stolon le 22 août 2006.
2. Déterminer à partir de quel jour la taille est supérieure à 1 mètre.

**Exercice 11 Interpolation linéaire**

Le graphique ci-après donne la taille en centimètres d'un enfant entre 0 et 2 ans.

1. De combien de centimètres l'enfant a-t-il grandi entre un an et deux ans ?
2. Quelle est la croissance moyenne par mois durant cette période ?
3. Comparer la croissance moyenne par mois de cet enfant :
  - a. entre 0 et 6 mois
  - b. entre un an et deux ans.
4. La taille de l'enfant à trois ans est de 97 centimètres.



Par interpolation linéaire, déterminer la taille de l'enfant à deux ans et demi

**QCM IUFM**

**QCM 12** Un bateau avec un équipage de 36 hommes a des vivres pour 16 jours. Il recueille 12 naufragés.

1/ Si l'on ne réduit pas les rations, pour combien de jours dispose-t-il encore de vivre:

- a. 8    b. 10    c. 12    d. 16    e. 18

2/ Dans quelle proportion faudra-t-il réduire les rations pour qu'on puisse les distribuer pendant 2 jours de plus?

- a.        b.        c.        d.        e. ?.

**QCM 13** Dans un département, il y a en moyenne une voiture pour 4 habitants. Dans le département voisin il y a une voiture pour 12 habitants. Les deux départements étant de même taille, quelle est la moyenne pour les deux départements?

- a. une pour 6    b. une pour 8    c. une pour 16    d. une pour 12    e. ?

**QCM 14** Supposons que dans un pays le taux d'inflation soit de 10% par an. Quelles sont l'(les) affirmation(s) vraie(s)

- a. Il faut 10 ans pour atteindre 100%.
- b. En moyenne les prix auront plus que doublé au bout de 8 ans.
- c. Il faut attendre 5 ans pour que les prix aient augmenté de plus de 60%.
- d. Sur deux ans l'inflation n'atteint pas 20%.
- e. Au bout de 15 ans le coût de la vie a plus que quadruplé?

**QCM 15** Je monte à vitesse régulière une pente à raison de 100 m toutes les 40s. Quelle(s) est (sont) l'(les) affirmation(s) vraie(s)?

- a. Ma vitesse moyenne est inférieure à 200m/mn
- b. Ma vitesse moyenne est inférieure à 7,2km/h
- c. Ma vitesse moyenne est inférieure à 24km/h
- d. Ma vitesse moyenne est 9 km/h
- e. Ma vitesse moyenne est 12 km/h.

**QCM 16** Sur une carte, on mesure la distance Bordeaux St Jean de Luz. On trouve 40cm et on lit sur la carte 200 km. La carte est à l'échelle :

- a. 1/200 000    b. 1/5 000 000    c. 1/ 2 000 000    d. 1/500 000    e. 1/50 000

**QCM 17** Avant les fêtes, un article est vendu au même prix dans 2 magasins. En janvier, cet article subit 2 réductions successives de 10% dans le premier magasin tandis qu'il subit une réduction de 15% puis de 5% dans le deuxième. Trouver les deux réponses correctes:

- a. On obtient le même prix dans les 2 magasins.
- b. L'article est plus cher dans le premier magasin
- c. L'article est moins cher dans le premier magasin
- d. Si l'article valait 100 euros avant, il vaut désormais plus de 80.
- e. Si l'article valait 100 euros avant, il vaut désormais moins de 80.

**QCM 18** Un champ carré d'aire un ha mesure sur le terrain 100m de côté. On le représente à l'échelle 1/5 000. Quelle est l'aire du carré que l'on dessinera pour représenter ce champ à cette échelle?

- a. 0,04 dm<sup>2</sup>    b. 4 × 10<sup>-6</sup> ares    c. 4 cm<sup>2</sup>    d. 4 dm<sup>2</sup>    e. 40 mm<sup>2</sup>

**QCM 19** Un prix est au départ de 200 euros. Il a subi 2 démarques successives de 20%. Quel est le prix final?

- a. 120 €    b. 128 €    c. 144 €    d. 160 €    e. 192 €

**QCM 20** A l'école privée, il y a autant de filles que de garçons. 12% des filles et 28 % des garçons partent à l'école publique. Quel est le nouveau % de filles?

- a. 52,5%    b. 55%    c. 60%    d. 63%    e. 66%

**QCM 21** Pour réaliser ce trajet j'ai fait 24 km à la vitesse de 80 km/h et 24 km à 120 km/h. Quelle a été la vitesse moyenne sur les 48 km?

- a. 92 km/h    b. 96 km/h    c. 100 km/h    d. 104 km/h    e. 108 km/h

**QCM 22** Trois fontaines alimentent un bassin. Coulant séparément la première le remplirait en 3 h, la seconde en 5 h et la troisième en 6h. Combien faut-il de temps pour remplir le bassin avec les 3 fontaines?

- a. moins de 1h    b. entre 1h et 1h 15 min    c. entre 1 h 16 min et 1 h 30 min  
d. entre 1h 31 min et 1 h 45 min    e. plus de 1h 45 min  
**di.**

**QCM 23** 3 chèvres broutent en 3 jours un pré de 1 000 m<sup>2</sup>. Deux moutons broutent le même pré en 2 jours. Un enclos de 10 000 m<sup>2</sup> permet de nourrir 3 chèvres et 2 moutons pendant :

- a. 6 jours    b. 8 jours    c. 10 jours    d. 12 jours

**QCM 24** Cocher la ou les bonnes réponses:

- a. Le poids d'un humain est proportionnel à sa taille.  
b. Le couple (4;7) est proportionnel à (12;21)  
c. Le couple (12;21) est proportionnel à (4;7)  
d. Le triplé (4;7;13) est proportionnel à (12;21;26)  
e. Le triplé (2001;2002;2003) est proportionnel à (1;2;3)

**QCM 25** 1  $\mu\text{m}$  mesure un millionième de mètre. J'observe au microscope une cellule de longueur 50 millièmes de millimètres. Sa longueur en micromètre est donc:

- a. 50 000 000  $\mu\text{m}$     b. 50  $\mu\text{m}$     c. 5  $\mu\text{m}$     d. 0.5  $\mu\text{m}$

**QCM 26** Sur 626 députés européens, 13,9% sont des français et parmi ceux-ci 42,5% sont des femmes. Le pourcentage de femmes françaises au parlement est :

- a. 59%    b 28.6%    c. 5.9%  
d. On ne peut pas savoir car on ne connaît pas le nombre total de députés.

**QCM 27** Si 10% des conducteurs provoquent 20% des accidents, alors:

- a. 30% des conducteurs provoquent 60% des accidents  
b. Chaque conducteur parmi le 10% provoque 2% des accidents  
c. 90% des conducteurs provoquent 80% des accidents.

**QCM 28** Bénéficiant d'une réduction de 20%, on a payé un vélo 360€. Quel était le prix de départ?

- a. 648€    b. 450€    c. 432 €    d. 380€    e. 288€

**QCM 29** Dans une classe, 70% des élèves jouent au football et 40% au volley. 15% des élèves pratiquent les 2. Quel est le pourcentage qui ne joue aucun des 2 sports.

- a. 0%   b. On ne peut pas savoir   c. 10%   d. 5%

**QCM 30** On propose 4 offres promotionnelles. Quelle est la plus intéressante?

- a. 4 paquets de 150g pour 2,4€   b. Un paquet de 400g pour 1,8€  
 c. 3 paquets de 250g chacun pour 3€   d. un carton de 6 de 50g pour 1,4€

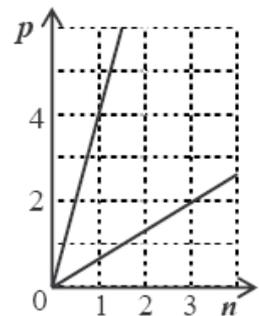
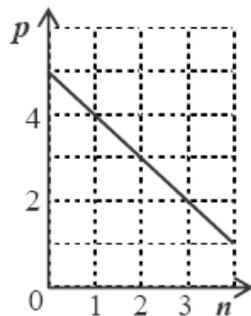
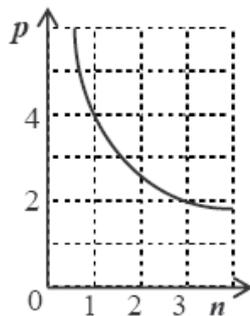
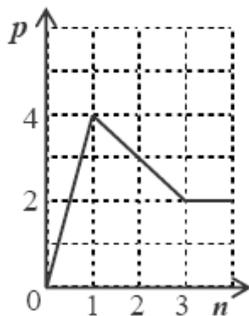
**QCM 31** Un robinet débite 360 litres d'eau en 1 heure et demie. Combien de temps faut-il pour remplir un récipient de 30 litres.

- a. 12 min   b. 7 min 5 s   c. 75 s   d. 7 min 30 s   e. 8 min

**QCM 32**

Une usine fabrique des « baladeurs MP3 ». Les coûts annuels de production sont composés de charges fixes évaluées à 3 000 000 € et d'une part variable évaluée à 1 € le baladeur. Le directeur financier a ainsi calculé que le prix de revient d'un baladeur était de 4 € si l'usine produisait un million de baladeurs par an et de 2 € si la production annuelle atteignait trois millions d'exemplaires.

Quel graphique représente  $p$  (prix de revient d'un baladeur en €) en fonction de  $n$  (nombre de baladeurs produits annuellement en millions d'exemplaires) ?



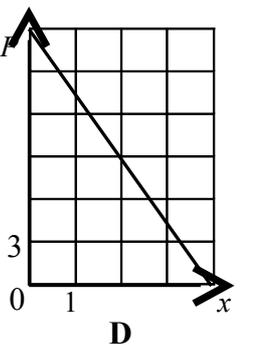
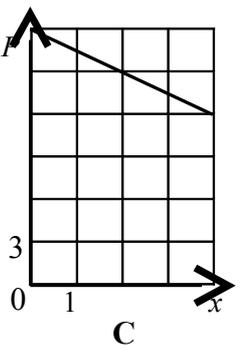
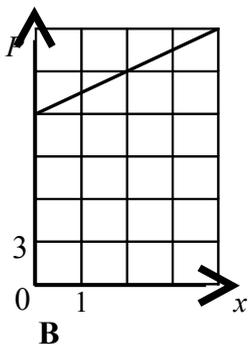
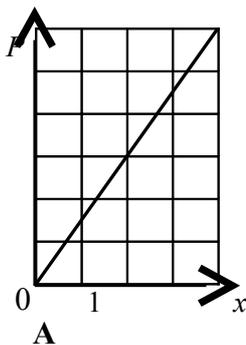
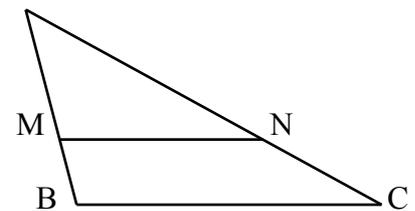
**QCM 33** La figure ci-contre représente un triangle ABC dont les côtés ont pour longueur :  $AB = 4$ ,  $BC = 6$  et  $AC = 8$ .

A

Les points M et N appartiennent respectivement aux côtés [AB] et [AC]. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

On appelle  $x$  la longueur du segment [AM].

Quel graphique représente le périmètre du quadrilatère MBCN en fonction de  $x$  ?



**QCM 34** Le chiffre d'affaires annuel d'une entreprise est donné dans le tableau suivant :

rang de l'année d'exercice	1	2	3	4	5
chiffre d'affaires (en millions de francs)	20	24	36	56	84

On souhaite modéliser cette évolution par une fonction simple afin de prévoir les chiffres d'affaires des années à venir. Quelle est, parmi les fonctions ci-dessous, celle qui représente le chiffre d'affaires  $f(n)$  en fonction du rang  $n$  de l'année d'exercice ?

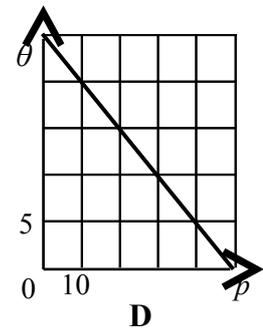
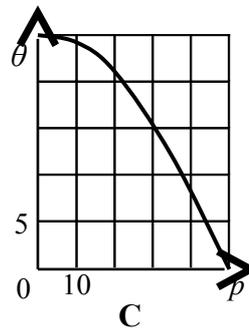
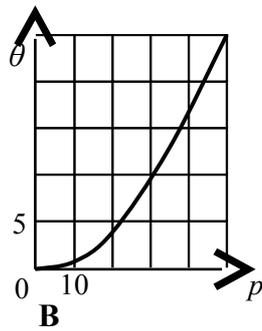
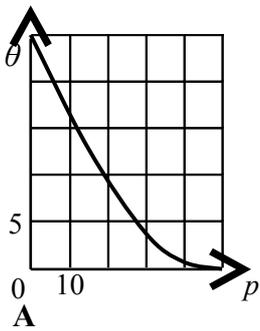
**A** :  $f(n) = 16 + 4n$

**B** :  $f(n) = 20 + 4(n - 1)^3$

**C** :  $f(n) = 24 - 8n + 4n^2$

**D** :  $f(n) = 28 - \frac{8}{n}$

**QCM 35** La température de l'eau d'un lac a été relevée à différentes profondeurs. On constate alors que la température (exprimée en degrés Celsius et notée  $\theta$ ) et la profondeur (exprimée en mètres et notée  $p$ ) sont liées par la relation :  $\theta = 25 - (0,1 \times p)^2$ . Quelle représentation graphique traduit cette relation ?



**QCM 36** On considère un récipient cylindrique à base circulaire dont le fond est surmonté d'un cône plein. Les dimensions en centimètres sont indiquées sur la figure ci-contre.

On verse un liquide dans ce récipient. On note  $x$  la hauteur (en cm) du liquide dans le récipient et  $V$  le volume (en  $\text{cm}^3$ ) de ce liquide. Quel est, parmi les quatre graphiques ci-dessous, celui qui représente  $V$  en fonction de  $x$  ?

