

FICHE "RÉSUMÉ"

Nom : Céline ROUCAIROL
Née le : 27 Novembre 1977

Mots clés : Singularités, \mathcal{D} -modules, irrégularité

Cursus universitaire : Étudiante de l'université d'Angers
DEA de Mathématiques et applications, Angers
Agrégée de Mathématiques
Thèse en Singularités et \mathcal{D} -modules
Titre : "Irrégularité du complexe $f_+(\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n} e^g)$ "
Directeur : Michel GRANGER
Université d'Angers
(soutenue le 25/06/04)

Situation actuelle : Post-doctorante à l'université de Mannheim (Allemagne)

Publication : 2 publications acceptées (18 pages et 10 pages)
1 publication en préparation
1 thèse (111 pages)

Enseignement : Agrégation de Mathématiques
Ater à mi-temps à l'université d'Angers puis à
l'université de Nice-Sophia Antipolis
Vacataire à l'université d'Angers
Tutrice de Mathématiques à l'université d'Angers

THÈSE

Titre : L'irrégularité du complexe $f_+(\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n} e^g)$.

Jury : E. DELABAERE (Professeur, Université d'Angers)
M. GRANGER (Professeur, Université d'Angers), **Directeur**
P. MAISONOBE (Professeur, Université de Nice), **Président**
A. PARUSINSKI (Professeur, Université d'Angers)

Rapporteurs : A. DIMCA (Professeur, Université de Bordeaux)
C. SABBAH (Directeur de recherche, Ecole polytechnique)

Texte disponible sur le site internet :

http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/68/04/index_fr.html

Résumé : L'intégration d'une forme différentielle algébrique de degré p sur une famille horizontale de cycles dans les fibres d'un polynôme f donne lieu à des fonctions multiformes avec singularités, ayant un comportement modéré au voisinage de leurs singularités. Ce résultat est bien connu sous le nom de régularité des systèmes de Gauss-Manin.

Dans ma thèse, je me suis intéressée à l'irrégularité d'un analogue des systèmes de Gauss-Manin, associé à deux polynômes f et g . Dans la théorie des \mathcal{D} -modules, il est défini comme étant le complexe $f_+(\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n} e^g)$, image directe par un polynôme f d'un $\mathcal{D}_{\mathbb{C}^n}$ -module tordu par une exponentielle. Cette irrégularité permet de contrôler la croissance non modérée des intégrales d'une forme algébrique de degré p multipliée par e^g sur une famille horizontale de cycles dans les fibres de f à supports fermés convenablement choisis. Pour étudier l'irrégularité de ces systèmes, j'ai utilisé deux approches.

Dans le cas de deux polynômes à deux variables algébriquement indépendants, on peut démontrer que le complexe $f_+(\mathcal{O}_{\mathbb{C}^2} e^g)$ est essentiellement concentré en degré 0. Il peut alors être vu comme un système différentiel. J'ai alors exprimé le nombre d'irrégularité en $c \in \mathbb{P}^1$ de ces systèmes à l'aide de la géométrie de l'application (f, g) . Si Δ est la courbe discriminante de f et g , le nombre d'irrégularité en $c \in \mathbb{C}$ est égal à la multiplicité d'intersection en (c, ∞) de l'adhérence de $\Delta \setminus \{c\} \times \mathbb{C}$ dans $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ avec la droite $\mathbb{P}^1 \times \{\infty\}$. Pour l'irrégularité à l'infini, il faut ajouter une courbe spéciale qui provient du comportement de f et g à l'infini.

Dans le cas général, il est possible d'exprimer les nombres d'irrégularité en $c \in \mathbb{P}^1$ des systèmes $\mathcal{H}^k(f_+(\mathcal{O}_{\mathbb{C}^n} e^g))$ en fonction des cycles caractéristiques des systèmes $\mathcal{H}^k(f, g)_+(\mathcal{O})$.

Une comparaison des deux résultats est possible dans le cas de deux polynômes à deux variables algébriquement indépendants.

LISTE DE PUBLICATIONS

Publications :

- *Irregularity of an analogue of the Gauss-Manin systems*, acceptée au bulletin de la SMF, (2005), (18 pages).

Résumé : Dans la théorie des \mathcal{D} -modules, les systèmes de Gauss-Manin sont définis à l'aide du complexe image directe par un polynôme f du faisceau structural \mathcal{O} . Un résultat essentiel est leur régularité. Dans cet article, on s'intéresse à l'irrégularité d'un analogue des systèmes de Gauss-Manin. Il s'agit de l'image directe par un polynôme f d'un \mathcal{D} -module tordu par une exponentielle d'un second polynôme g , $f_+(\mathcal{O}e^g)$, où f et g sont des polynômes à deux variables. Ces analogues des systèmes de Gauss-Manin peuvent avoir des singularités irrégulières. On exprimera alors l'irrégularité en $c \in \mathbb{P}^1$ à l'aide de la géométrie de l'application (f, g) .

- *The irregularity of the direct image of some \mathcal{D} -modules*, acceptée aux publications du RIMS, (2005), (10 pages).

Résumé : Soit f et g deux fonctions régulières sur U variété affine lisse. Soit \mathcal{M} un \mathcal{D}_U -module holonome régulier. On s'intéresse à l'irrégularité du complexe $f_+(\mathcal{M}e^g)$. Plus précisément, le nombre d'irrégularité des systèmes $\mathcal{H}^k f_+(\mathcal{M}e^g)$ s'exprime en fonction du cycle caractéristique des systèmes $\mathcal{H}^k(f, g)_+(\mathcal{M})$.

Prépublications :

- *The formal structure of the direct image of some \mathcal{D} -modules*, (20 pages).

Résumé : Dans cet article, on calcule des invariants liés à la partie formelle de certains \mathcal{D} -modules géométriques. Il s'agit des modules de cohomologie $\mathcal{H}^k f_+(\mathcal{M}e^g)$, où $f, g : U \rightarrow \mathbb{C}$ sont deux fonctions régulières et \mathcal{M} est un \mathcal{D}_U -module holonome régulier. Nous décrivons quelles exponentielles apparaissent dans la décomposition formelle de ces modules et nous calculons le rang et le polynôme caractéristique de la monodromie de chaque module régulier associé aux différents modules irréguliers de la décomposition formelle. Nous exprimons les résultats en fonction des modules $\mathcal{H}^k(f, g)_+(\mathcal{M})$. Cela nous permet en particulier de construire le polygone de Newton de $\mathcal{H}^k f_+(\mathcal{M}e^g)$ au voisinage d'une singularité irrégulière, à une translation près, à l'aide de la variété caractéristique de $\mathcal{H}^k(f, g)_+(\mathcal{M})$.

CURRICULUM VITAE

État civil

Nom : ROUCAIROL Céline
Age : 28 Ans (née le 27 Novembre 1977)
Nationalité : Française
Adresse professionnelle : Lehrstuhl für mathematik VI
Universität Mannheim
A 5, 6
68161 Mannheim (Allemagne)
Tél professionnel : (49).621.181.2451
Adresse personnelle : T6, 11
68161 Mannheim (Allemagne)
email : celine.roucairol@uni-mannheim.de

Situation actuelle

Post-doctorante à l'université de Mannheim (Allemagne).

Sujet de recherche

Etude d'un analogue irrégulier des systèmes de Gauss-Manin.

Mots clés : Singularités, \mathcal{D} -modules.
Systèmes de Gauss-Manin et transformée de Fourier-Laplace.
Complexes d'irrégularité, phénomène de Stokes.

Cursus universitaire

- 2000-2004 **Doctorat en mathématiques** à l'université d'Angers sous la direction de M. Granger.
Soutenu le 25 Juin 2004.
Titre : "L'irrégularité du complexe $f_+(\mathcal{O}_{C^n} e^g)$ "
- 2000-2003 **Allocataire de recherche** à l'université d'Angers (bourse AMN).
- 2000-2001 **Agrégation de Mathématiques**, option probabilité (213 ième).
- 2001-2002 **Vacataire à l'université d'Angers.**
- 2003-2004 **ATER à mi-temps à l'université d'Angers.**
- Autres fonctions durant la thèse :*
- Organisatrice des "Rencontres doctorales du grand ouest 2003"
 - Participation active au séminaire Singularités et \mathcal{D} -modules, université d'Angers.
 - Participation active au séminaire des doctorants, université d'Angers.
- 1999-2000 **D.E.A. de mathématiques et applications** à l'université d'Angers (mention B).
Stage : sous la direction de M. Granger sur *la régularité de la connexion de Gauss-Manin d'une hypersurface à singularité isolée.*
Rapport disponible sur le site internet : <http://math.univ-angers.fr/roucairol/milnor2.ps>
- 1998-1999 **Maitrise de mathématiques** à l'université d'Angers (mention TB). Stage sous la direction de M. Granger : sur le groupe fondamental et le théorème de Van Kampen.
- 1997-1998 **Licence de mathématiques** à l'université d'Angers (mention B).
- 1995-1997 **DEUG Mathématiques, Informatique et Applications aux Sciences** à l'université d'Angers (mention B).

ACTIVITÉ D'ENSEIGNEMENT

L'enseignement que j'ai fait au cours de mon semestre de vacances et de mes deux années d'ATER a consisté en :

- rappels de cours,
- élaboration et correction des exercices traités en travaux dirigés,
- élaboration des devoirs sur table,
- évaluation de copies (devoirs sur table et examens).

Sept. 2004-Sept. 2005 : ATER à l'université de Nice (96h)

• **Travaux dirigés de Topologie et Calcul différentiel (48h)**

Niveau : Licence de Mathématiques.

Contenu de l'enseignement : Espaces métriques, compacité, norme d'applications linéaires, différentielles, complétude, théorème d'inversion local et théorème des fonctions implicites, différentielles secondes, problèmes d'extrema, équations différentielles.

• **Travaux dirigés d'Algèbre linéaire (24h)**

Niveau : 2^{ème} année de Licence MASS.

Contenu de l'enseignement : Espaces vectoriels, applications linéaires, déterminant, diagonalisation, trigonalisation, espaces préhilbertiens, formes bilinéaires symétriques.

• **Travaux dirigés de Statistiques descriptives (24h)**

Niveau : 1^{ère} année de Licence MASS.

Contenu de l'enseignement : Statistiques à une variable : paramètres de positions, de formes, de dispersions. Indices. Statistiques à deux variables : distributions marginales et conditionnelles, dépendance, ajustement linéaire. Séries chronologiques.

Sept. 2003-Sept. 2004 : ATER à l'université d'Angers (96h)

• **Travaux dirigés de Mathématiques (48h)**

Niveau : 1^{ère} année de DEUG SM.

Contenu de l'enseignement : Logique, arithmétique, suites, polynômes, fonctions réelles d'une variable réelle, systèmes linéaires.

• **Travaux dirigés d'Analyse (48h)**

Niveau : 2^{ème} année de DEUG MIAS.

Contenu de l'enseignement : Séries de fonctions, séries entières et séries de Fourier.

Janv. 2002-Juin 2002 : Vacataire à l'université d'Angers (40h)

• **Travaux dirigés d'analyse (40h)**

Niveau : 1^{ère} année de DEUG MIAS et MASS.

Contenu de l'enseignement : Fonctions réelles d'une variable réelle, développements limités, équations différentielles, suites et séries numériques.

Sept. 1998-Sept. 1999 : Tutorat à l'université d'Angers

Durant mon année de Maîtrise, j'ai été tutrice en mathématiques pour des étudiants de première et deuxième année de DEUG. Pendant deux heures tous les quinze jours, les étudiants de première année de DEUG avaient la possibilité de venir me poser leurs questions sur le cours et les exercices faits en travaux dirigés. Avant chaque examen de première et deuxième année de DEUG, une séance de deux heures était consacrée à l'étude d'un sujet d'examen d'une année précédente et de quelques copies d'étudiants, dans le but de leur donner des conseils de rédaction.

ACTIVITÉ DE RECHERCHE

Exposés Scientifiques

- Dec.2005 **Application de la spécialisation à l'étude de la décomposition formelle d'un \mathcal{D} -module**
Université de Mannheim (Allemagne).
- Oct.2005 **La descente des cols par les onglets de Lefschetz avec vue sur Gauss-Manin d'après F. Pham**
Université de Mannheim (Allemagne).
- Fév. 2005 **Irregularity of a differential system associated with two polynomials**
aux rencontres "Jeunes chercheurs en singularités" au C.I.R.M. à Marseille-Luminy.
- Fév. 2005 **Irregularity of an analogue of the Gauss-Manin systems**
Université de Mannheim (Allemagne).
- Oct. 2004 **Irregularité d'un analogue de la connexion de Gauss-Manin.**
Séminaire D-Modules et Singularités, Université de Nice-Sophia Antipolis.
- Juin 2004 **Irregularité d'un système différentiel lié à deux applications polynomiales.**
Séminaire de Géométrie, Université de Bordeaux.
- Mai 2004 **Introduction aux \mathcal{D} -modules.**
Rencontres doctorales 2004, Piriac-sur-Mer.
- Mar. 2004 **Analogues irréguliers de la connexion de Gauss-Manin.**
Séminaire d'Algèbre et de Géométrie, Université de Nantes.
- Fév. 2004 **Irregularité d'un système différentiel lié à deux applications polynomiales.**
Séminaire Singularités et D-modules, Université d'Angers.
- Juin 2002 **Introduction à la connexion de Gauss-Manin.**
Rencontres doctorales 2002, Dinard.
- Jan. 2001 **Classification des D-modules holonomes à singularité régulière.**
Séminaire Singularités et D-modules, Université d'Angers.
- Déc. 2000 **Classification locale d'un D-module à variété caractéristique T_Y^*X avec Y sous variété de X .**
Séminaire Singularités et D-modules, Université d'Angers.
- Oct. 2000 **Complexes de Koszul.**
Séminaire Singularités et D-modules, Université d'Angers.

Exposés aux séminaires des doctorant à l'université d'Angers

- Mai 2003 **Catégories dérivées et foncteurs dérivés** (3 séances)
- Mar. 2003 **Réseau de Brieskorn et nombres spectraux.** (3 séances)
- Nov. 2001 **Variétés toriques et éclatements toriques.** (3 séances)

Conférence-École d'été

- 28 Fév.-4 Mar. 2005 Rencontres "Aspects métriques des singularités"
au C.I.R.M. Marseille-Luminy.
- 14-18 Fév. 2005 Rencontres "Jeunes chercheurs en singularités"
au C.I.R.M. Marseille-Luminy.
- 24-28 Jan. 2005 Rencontres "Introduction aux théories des singularités"
au C.I.R.M. Marseille-Luminy.
- 8-11 Juin 2004 Travaux de Thom et théorie des singularités,
Université de Nantes.
- 21-25 Oct. 2002 École d'été : "Differential Modules",
Université de Kaiserslautern (Allemagne).

Invitation

- 31 Jan.-04 Fév. 2005 séjour d'une semaine à l'université de Mannheim,
invitée par le Professeur C. Hertling.

Conférence prévue

- 20-24 Mar. 2006 Rencontres "Aspects algébriques des singularités"
au C.I.R.M. Marseille-Luminy.
- 01-05 Avr. 2006 25ème anniversaire du MPIM
au MPIM de Bonn.

ACTIVITÉ D'ADMINISTRATION
ET
AUTRES RESPONSABILITÉS COLLECTIVES

Organisatrice des "Rencontres doctorales de mathématiques du grand ouest 2003"

Site internet : [http ://math.univ-angers.fr/~roucairo/rendoc/rendoc.html](http://math.univ-angers.fr/~roucairo/rendoc/rendoc.html)